**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**

**ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**"РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТУРИЗМА И СЕРВИСА"**

**(ФГОУВПО "РГУТиС")**

**Факультет** Информационный

**Кафедра** Информационные системы

**КУРСОВАЯ РАБОТА по дисциплине**

**ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ**

**(наименование дисциплины)**

**На тему**

**Моделирование систем массового обслуживания**

**6-й семестр**

**Студент (ки) очной формы обучения**

**№ зачетной книжки** **группа** ИСД-08-1

**Специальность** 230201 Информационные системы и технологии

**код и наименование дисциплины**

**Выполнил(а)**

**подпись студента (ки)**

**Работа предъявлена на проверку "** **"** **200** **г.**

**подпись преподавателя**

**Результаты проверки**

**Замечания, рекомендации**

**Проверил преподаватель "** **"** **200** **г.**

**Ф.И.О., подпись**

**Вторично предъявлена на проверку "** **"** **200** **г.**

**подпись преподавателя**

**Результаты проверки**

**Замечания**

**Проверил преподаватель "** **"** **200** **г.**

**Ф.И.О., подпись**

**Работа принята (проведено собеседование) "** **"** **200** **г.**

**подпись преподавателя**

**Оглавление**

**Введение**  с. 3

**1.Теория массового обслуживания (ТМО)** с. 4-5

**1.1**Предмет и задачи ТМО с. 6

**1.2**Система массового обслуживания (СМО) с. 6-14

**2.Решение задачи** с.15

**2.1** Формулировка задачи с.15

**2.2** Теоретическое представление задачи с.15-17

**2.3** Решение задачи с .17-18

**2.4** Программная реализация с.18-19

**Заключение** с.20-21

**Список литературы** с. 22

**Приложение** с. 23-24

**Введение**

За последнее время в самых разных областях практики возникла необходимость в решении различных вероятностных задач, связанных с работой так называемых *систем массового обслуживания* (**СМО**). Примерами таких систем могут служить:

1.посты технического обслуживания автомобилей; 2. посты ремонта автомобилей;   
3. персональные компьютеры, обслуживающие поступающие заявки или требования на решение тех или иных задач;   
 4. станции технического обслуживания автомобилей;   
 5. аудиторские фирмы;   
 6. отделы налоговых инспекций, занимающиеся приемкой и проверкой текущей отчетности предприятий;  7. телефонные станции;

8.парикмахерские;

9.стоянки такси и т.п.

Целью данного курсового проекта является моделирование и исследование двухканальной СМО с отказами. В предложенной задаче будет исследована СМО, в которой рассматриваются 2 потока заявок, один из которых обладает приоритетом. Также рассматриваемые процессы являются немарковскими, т. к. важен фактор времени. Поэтому решение данной задачи построено не на аналитическом описании системы, а на статистическом моделировании.

Практическое решение задачи осуществлено с помощью программы, реализованной в среде TURBO PASCKAL.

**1.Теория массового обслуживания (ТМО)**

**Теория массового обслуживания** -математическая дисциплина, изучающая системы, предназначенные для обслуживания массового потока требований случайного характера (случайными могут быть как моменты появления требований, так и затраты времени на их обслуживание). Типичным примером объектов ТМО могут служить автоматические телефонные станции, на которые случайным образом поступают «требования» — вызовы абонентов, а «обслуживание» состоит в соединении абонентов с другими абонентами, поддержании связи во время разговора и т. д. Целью развиваемых в ТМО методов является, в конечном счёте, отыскание разумной организации обслуживания, обеспечивающей заданное его качество. С этой точки зрения ТМО рассматривают как часть [**операций исследования**](http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/084/551.htm)**.**

ТМО широко использует аппарат теории вероятностей и (в меньшей степени) математической статистики. Задачи ТМО , сформулированные математически, обычно сводятся к изучению специального типа [случайных процессов](http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/103/395.htm). Исходя из заданных вероятностных характеристик поступающего потока вызовов и продолжительности обслуживания и учитывая схему системы обслуживания ТМО определяет соответствующие характеристики качества обслуживания (вероятность отказа, среднее время ожидания начала обслуживания, среднее время простоя линий связи и т. д.). В ряде более простых случаев это определение возможно аналитическими методами, в более сложных случаях приходится прибегать к моделированию соответствующих случайных процессов по [***Монте-Карло методу***](http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/077/989.htm)**.**

  Пример. Предположим, что автоматическая линия связи имеет *n* одинаково доступных для абонентов каналов. Вызовы поступают в случайные моменты времени. Если при поступлении очередного вызова все *n* каналов линии связи оказываются занятыми, то поступивший вызов получает отказ и теряется. В противном случае немедленно начинается разговор по одному из свободных каналов, длящийся, вообще говоря, случайное время.

  Одной из характеристик эффективности работы такой линии связи является доля вызовов, получающих отказ, то есть предел *р* при *Т*®¥ (если он существует) отношения nT*/NT* числа nT вызовов, потерянных в течение времени *Т*, к общему числу *NT* вызовов, поступивших за это время. Этот предел можно назвать вероятностью отказа.

  Другим, не менее естественным, показателем качества работы линии связи может служить относительное время её занятости, то есть предел *р\** при *T*®¥ (если он существует) отношения tТ*/Т*, где tТ — суммарное время, в течение которого за период *Т* все *n* каналов линии связи одновременно заняты. Этот предел можно назвать вероятностью занятости. Обозначим *X(t)* число каналов, занятых в момент *t*. Тогда можно показать, что: 1) если моменты поступления вызовов образуют [**пуассоновский поток**](http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/094/075.htm) однородных событий, 2) длительности разговоров последовательных абонентов суть независимые (между собой и от моментов поступления вызовов) одинаково распределённые случайные величины, то случайный процесс *X(t)*, *t* ³ 0, обладает эргодическим распределением, то есть существуют [не зависящие от начального распределения *Х(0)*] пределы

http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/images/191114853.gif

причём

http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/images/104278639.gif   (\*)

где *r* — произведение интенсивности потока поступлений вызовов на среднюю длительность разговора отдельного абонента. Кроме того, в этом случае *р* = *р*\*, и их общее значение равно *p*n. Формулы (\*) используются для расчёта минимального количества каналов линии связи, обеспечивающей заданную вероятность отказа. Эти формулы называются[**Эрланга формулами**](http://www.cultinfo.ru/fulltext/1/001/008/127/050.htm). Следует добавить, что при отказе от условия 1) равенство *р* = *р*\* может не выполняться.

  Становление М. о. т. было вызвано интересом к математическим задачам, возникающим в организации телефонных сетей, датского инженера А. К. Эрланга, первые публикации которого относятся к 20-м годам 20 века. ТМО получила дальнейшее развитие в 40—50-х годах в работах К. Пальма (Швеция), Ф. Поллачека (Франция), А. Я. Хинчина (СССР). Последнему принадлежит сам термин «ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ». Эти работы были продолжены советским математиком Б. В. Гнеденко и другими. Развитие ТМО в значительной мере стимулируется расширением круга её применений. Являясь формально частью теории случайных процессов, ТМО выделилась в самостоятельную область исследований со своим кругом задач и методов их решения и в свою очередь стимулирует развитие теории случайных процессов.

**1.1 Предмет и задачи ТМО**

**Предметом** теории массового обслуживания является установление зависимостей между характером потока заявок, числом каналов обслуживан6ия, производительностью отдельного канала и эффективным обслуживанием с целью нахождения наилучших путей управления этими процессами.

**Задача теории массового обслуживания** – установить зависимость результирующих показателей работы системы массового обслуживания (вероятности того, что заявка будет обслужена; математического ожидания числа обслуженных заявок и т.д.) от входных показателей (количества каналов в системе, параметров входящего потока заявок и т.д.). Результирующими показателями или интересующими нас характеристиками СМО являются – показатели эффективности СМО, которые описывают способна ли данная система справляться с потоком заявок.

Задачи теории массового обслуживания носят оптимизационный характер и в конечном итоге включают экономический аспект по определению такого варианта системы, при котором будет обеспечен минимум суммарных затрат от ожидания обслуживания, потерь времени и ресурсов на обслуживание и простоев каналов обслуживания.

**1.2 Система массового обслуживания (СМО)**

**Системы массового обслуживания** (СМО)— это такие системы, в которые в случайные моменты времени поступают заявки на обслуживание, при этом поступившие заявки обслуживаются с помощью имеющихся в распоряжении системы каналов обслуживания.  
     С позиции моделирования процесса массового обслуживания ситуации, когда образуются очереди заявок (требований) на обслуживание, возникают следующим образом. Поступив в обслуживающую систему, требование присоединяется к очереди других (ранее поступивших) требований. Канал обслуживания выбирает требование из находящихся в очереди, с тем, чтобы приступить к его обслуживанию. После завершения процедуры обслуживания очередного требования канал обслуживания приступает к обслуживанию следующего требования, если таковое имеется в блоке ожидания.  
     Цикл функционирования системы массового обслуживания подобного рода повторяется многократно в течение всего периода работы обслуживающей системы. При этом предполагается, что переход системы на обслуживание очередного требования после завершения обслуживания предыдущего требования происходит мгновенно, в случайные моменты времени.

*Основными компонентами системы массового обслуживания любого вида являются:*

1. входной поток поступающих требований или заявок на обслуживание;
2. дисциплина очереди;
3. механизм обслуживания.

     Раскроем содержание каждого из указанных выше компонентов.  
     ***Входной поток требований.*** Для описания входного потока требуется задать вероятностный закон, определяющий последовательность моментов поступления требований на обслуживание и указать количество таких требований в каждом очередном поступлении. При этом, как правило, оперируют понятием «вероятностное распределение моментов поступления требований». Здесь могут поступать как единичные, так и групповые требования (требования поступают группами в систему). В последнем случае обычно речь идет о системе обслуживания с параллельно-групповым обслуживанием.  
     ***Дисциплина очереди*** *— это важный компонент системы массово­ го обслуживания, он определяет принцип, в соответствии с которым поступающие на вход обслуживающей системы требования подключаются из очереди к процедуре обслуживания. Чаще всего используются дисциплины очереди, определяемые следующими правилами:*  
     - первым пришел - первый обслуживаешься;  
     - пришел последним — обслуживаешься первым;  
     - случайный отбор заявок;  
     - отбор заявок по критерию приоритетности;  
     - ограничение времени ожидания момента наступления обслужи­вания (имеет место очередь с ограниченным временем ожидания обслуживания, что ассоциируется с понятием «допустимая дли­ на очереди»).  
     ***Механизм обслуживания*** определяется характеристиками самой процедуры обслуживания и структурой обслуживающей системы. К характеристикам процедуры обслуживания относятся: продол­жительность процедуры обслуживания и количество требований, удовлетворяемых в результате выполнения каждой такой процеду­ры. Для аналитического описания характеристик процедуры обслуживания оперируют понятием «вероятностное распределение вре­мени обслуживания требований».  
     Следует отметить, что время обслуживания заявки зависит от характера самой заявки или требований клиента и от состояния и возможностей обслуживающей системы. В ряде случаев приходит­ся также учитывать вероятность выхода обслуживающего прибора по истечении некоторого ограниченного интервала времени.  
     Структура обслуживающей системы определяется количеством и взаимным расположением каналов обслуживания (механизмов, приборов и т. п.). Прежде всего следует подчеркнуть, что система обслуживания может иметь не один канал обслуживания, а несколько; система такого рода способна обслуживать одновременно несколько требований. В этом случае все каналы обслуживания предлагают одни и те же услуги, и, следовательно, можно утверж­дать, что имеет место параллельное обслуживание.  
     Система обслуживания может состоять из нескольких разно­типных каналов обслуживания, через которые должно пройти каж­дое обслуживаемое требование, т. е. в обслуживающей системе про­цедуры обслуживания требований реализуются последовательно. Механизм обслуживания определяет характеристики выходящего (обслуженного) потока требований.  
     Рассмотрев основные компоненты систем обслуживания, можно констатировать, что *функциональные возможности любой системы массового обслуживания определяются следующими основными факторами:*

1. вероятностным распределением моментов поступлений заявок на обслуживание (единичных или групповых);
2. вероятностным распределением времени продолжительности обслуживания;
3. конфигурацией обслуживающей системы (параллельное, последовательное или параллельно-последовательное обслуживание);
4. количеством и производительностью обслуживающих каналов;
5. дисциплиной очереди;
6. мощностью источника требований.

*В качестве основных критериев эффективности функционирования систем массового обслуживания в зависимости от характера решаемой задачи могут выступать:*

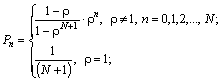
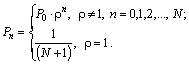
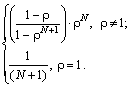
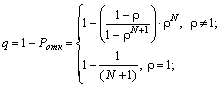
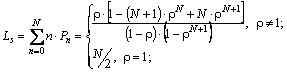
1. вероятность немедленного обслуживания поступившей заявки;
2. вероятность отказа в обслуживании поступившей заявки;
3. относительная и абсолютная пропускная способность системы;
4. средний процент заявок, получивших отказ в обслуживании;
5. среднее время ожидания в очереди;
6. средняя длина очереди;
7. средний доход от функционирования системы в единицу времени и т.п.

***Предметом теории массового обслуживания*** является установление зависимости между факторами, определяющими функциональные возможности системы массового обслуживания, и эффективностью ее функционирования. В большинстве случаев все параметры, описывающие системы массового обслуживания, являются случайными величинами или функциями, поэтому эти системы относятся к стохастическим системам.  
     *Независимо от характера процесса, протекающего в системе массового обслуживания, различают два основных вида СМО:*  
     - системы с отказами, в которых заявка, поступившая в систему в момент, когда все каналы заняты, получает отказ и сразу же покидает очередь;  
     - системы с ожиданием (очередью), в которых заявка, поступившая в момент, когда все каналы обслуживания заняты, становится в очередь и ждет, пока не освободится один из каналов.  
     *Системы массового обслуживания с ожиданием делятся на системы с ограниченным ожиданием и системы с неограниченным ожиданием.*  
     *В системах с* ***ограниченным ожиданием*** *может ограничиваться:*  
     - длина очереди;  
     - время пребывания в очереди.  
     В системах с ***неограниченным ожиданием*** заявка, стоящая в очереди, ждет обслуживание неограниченно долго, т.е. пока не подойдет очередь.  
     *Все системы массового обслуживания различают по числу каналов обслуживания:*  
     - одноканальные системы;  
     - многоканальные системы.  
     Приведенная классификация СМО является условной. На практике чаще всего системы массового обслуживания выступают в качестве смешанных систем. Например, заявки ожидают начала обслуживания до определенного момента, после чего система начинает работать как система с отказами.  
     Определим характеристики систем массового обслуживания.

*1.Одноканальная СМО с отказами.*

*Простейшей одноканальной моделью* с вероятностными входным потоком и процедурой обслуживания является модель, характери­зуемая показательным распределением как длительностей интерва­лов между поступлениями требований, так и длительностей обслу­живания. При этом плотность распределения длительностей интер­валов между поступлениями требований имеет вид  
     http://math.immf.ru/img/962.gif  
     где λ — интенсивность поступления заявок в систему (среднее число заявок, поступающих в систему за единицу времени).  
     Плотность распределения длительностей обслуживания:  
     http://math.immf.ru/img/963.gif,  
     где http://math.immf.ru/img/964.gif – интенсивность обслуживания, *tоб* – среднее время обслуживания одного клиента.  
     Пусть система работает с отказами. Можно определить абсолютную и относительную пропускную способность системы.   
     Относительная пропускная способность равна доли обслуженных заявок относительно всех поступающих и вычисляется по формуле: http://math.immf.ru/img/965.gif. Эта величина равна вероятности *Р*0 того, что канал обслуживания свободен.  
     Абсолютная пропускная способность (А) — среднее число заявок, которое может обслужить система массового обслуживания в единицу времени: http://math.immf.ru/img/966.gif.  
     Вероятность отказа в обслуживании заявки будет равна вероятности состояния «канал обслуживания занят»:  
     http://math.immf.ru/img/967.gif.  
     Данная величина Ротк может быть интерпретирована как средняя доля необслуженных заявок среди поданных.

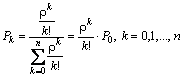
*2. Одноканальная СМО с ожиданием и ограниченной очередью*

     Рассмотрим теперь одноканальную СМО с ожиданием.  
     Система массового обслуживания имеет один канал. Входящий поток заявок на обслуживание поток имеет интенсивность λ. Интенсивность потока обслуживания равна μ (т. е. в среднем непрерывно занятый канал будет выдавать μ обслуженных заявок). Длительность обслуживания — случайная величина, подчи­ненная показательному закону распределения. Заявка, поступившая в момент, когда канал занят, становится в очередь и ожидает обслуживания.  
     Рассмотрим систему с *ограниченной очередью*. Предположим, что независимо оттого, сколько требований по­ступает на вход обслуживающей системы, данная система (очередь + обслуживаемые клиенты) не может вместить более *N*-требований (заявок), из которых одна обслуживается, а (*N*-1) ожидают, Клиенты, не попавшие в ожидание, вынуждены об­служиваться в другом месте и такие заявки теряются. Наконец, источник, порождающий за­явки на обслуживание, имеет неограниченную (бесконечно боль­шую) емкость.  
     Обозначим http://math.immf.ru/img/972.gif - вероятность того, что в системе находится *n* заявок. Эта величина вычисляется по формуле:  
       
     Здесь http://math.immf.ru/img/974.gif - приведенная интенсивность потока.  Тогда вероятность того, что канал обслуживания свободен и в системе нет ни одного клиента, равна: http://math.immf.ru/img/975.gif.  
     С учетом этого можно обозначить  
       
     Определим характеристики одноканальной СМО с ожиданием и ограниченной длиной очереди, равной (N-1):  
     *вероятность отказа в обслуживании заявки:*  
     *Pотк=РN=*  
     *относительная пропускная способность системы:*  
     **  
     *абсолютная пропускная способность:*  
     *А*=*q*∙λ;  
     *среднее число находящихся в системе заявок:*  
     **  
     *среднее время пребывания заявки в системе:*  
     *http://math.immf.ru/img/980.gif*;  
     *средняя продолжительность пребывания клиента (заявки) в очереди:*  
     *Wq*=*Ws*- 1/μ;  
     *среднее число заявок (клиентов) в очереди (длина очереди):*  
     *Lq*=λ(1-*PN*)*Wq*.

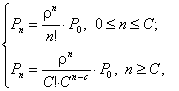
*3.Одноканальная СМО с ожиданием и неограниченной очередью*

     Перейдем теперь к рассмотрению *одноканальной СМО с ожиданием без ограничения на вместимость блока ожидания* (т.е. *Ν* → ∞ ). Остальные условия функционирования СМО остаются без изменений.  
     Устойчивое решение в такой системе существует только тогда, когда λ<μ, то есть заявки должны обслуживаться с большей скоростью, чем поступают, в противном случае очередь может разрастись до бесконечности.   
     Вероятность того, что в системе находится *п* заявок, вычисляется по формуле   
     *Pn*=(1-r)r*n*, *n*=0,1,2,…,  
     где r = λ/μ <1.  
     Характеристики одноканальной СМО с ожиданием, без ограничения на длину очереди, следующие:  
     *среднее число находящихся в системе клиентов (заявок) на обслуживание:*  
     *http://math.immf.ru/img/988.gif*  
     *средняя продолжительность пребывания клиента в системе:*  
     http://math.immf.ru/img/989.gif;  
     *среднее число клиентов в очереди на обслуживание:*  
     *Lq*=*LS - http://math.immf.ru/img/990.gif*;  
     *средняя продолжительность пребывания клиента в очереди:*  
     *Wq=http://math.immf.ru/img/991.gif*; http://math.immf.ru/img/992.gif

*4. Многоканальная СМО с отказами*

     В подавляющем большинстве случаев на практике система массового обслуживания является многоканальными, то есть параллельно могут обслуживаться несколько заявок, и, следовательно**,** *модели с  обслуживающими каналами* (где число каналов обслуживания *n*>1) представляют несомненный интерес.  
     Процесс массового обслуживания, описываемый данной моделью, характеризуется интенсивностью входного потока  λ, при этом параллельно может обслуживаться не более *n* клиентов (заявок). Средняя продолжительность обслуживания одной заявки равняется   1/μ. Режим функционирования того или иного обслуживающего канала не влияет на режим функционирования других обслуживающих каналов системы, при чем длительность процедуры обслуживания каждым из каналов является случайной величиной, починенной экспоненциальному закону распределения. Конечная цель использования параллельно включенных обслуживающих каналов заключается в повышение (по сравнению с одноканальной системой) скорости обслуживания требований за счет обслуживания одновременно  *n* клиентов.  
     Стационарное решение системы имеет вид:  
     ;  
     где      http://math.immf.ru/img/998.gif,         http://math.immf.ru/img/999.gif.  
     Формулы для вычисления вероятностей    называются *формулами Эрланга.*  
     Определим вероятностные характеристики функционирования многоканальной СМО с отказами в стационарном режиме:  
     *вероятность отказа:*  
     http://math.immf.ru/img/a01.gif.  
     так как заявка получает отказ, если приходит в момент, когда все каналов заняты. Величина *Ротк* характеризует полноту обслуживания входящего потока;  
     *вероятность того, что заявка будет принята к обслуживанию* (она же – относительная пропускная способность системы) дополняет *Ротк* до единицы:  
     http://math.immf.ru/img/a02.gif.  
     *абсолютная пропускная способность*   
     *http://math.immf.ru/img/a03.gif*  
     *среднее число каналов, занятых обслуживанием* (http://math.immf.ru/img/a04.gif) следующее:    
     http://math.immf.ru/img/a05.gif  
     Величина http://math.immf.ru/img/a04.gif характеризует степень загрузки СМО.

*5.Многоканальная СМО с ожиданием*

     Рассмотрим многоканальную систему массового обслуживания с ожиданием. Процесс массового обслуживания при этом характеризуется следующим: входной и выходной потоки имеют интенсивности λ и μ соответственно, параллельно обслуживаться могут не более *С* клиентов, то есть система имеет *С* каналов обслуживания. Средняя продолжительность обслуживания одного клиента равна  http://math.immf.ru/img/a14.gif.      
     Вероятности того, что в системе находятся *п* заявок (*С* обслуживаются, остальные ожидают в очереди) равна:   
       
     где  
     .  
     Решение будет действительным, если выполняется следующее условие:  http://math.immf.ru/img/a17.gif       
     Остальные вероятностные характеристики функционирования в стационарном режиме многоканальной СМО с ожиданием и неограниченной очередью определяется по следующим формулам:  
     *среднее число клиентов в очереди на обслуживание*  
     http://math.immf.ru/img/a18.gif;  
     *среднее число находящихся в системе клиентов* (заявок на обслуживание и в очереди)  
     *LS*=*Lq*+ρ;  
     *средняя продолжительность пребывания клиента* (заявки на обслуживание) *в очереди*  
     http://math.immf.ru/img/a19.gif;  
     *средняя продолжительность пребывания клиента в системе*  
     *http://math.immf.ru/img/a20.gif*.

**2.Решение задачи**

**2.1.Формулировка задачи**

**Построить модель СМО и исследовать поведение характеристик её эффективности**.

*Описание системы***:**

Имеется двухканальная СМО с отказами, на которую поступает два произвольных потока заявок. Поток I имеет интенсивность λ1. Поток II имеет интенсивность λ2 (будем кратко именовать заявки этих потоков: Заявки I и Заявки II). Заявки I имеют пред Заявками II приоритет, состоящий в том, что если Заявка I приходит в систему, когда все каналы заняты и хотя бы один из них обслуживает Заявку II, то пришедшая Заявка I «вытесняет» (выгоняет) Заявку II, становится на её место, а та покидает систему необслуженной. Если Заявка I приходит в момент, когда оба канала обслуживают Заявки I, то она получает отказ и покидает СМО. Заявка II получает отказ, если она приходит в систему в момент, когда оба канала заняты (безразлично какими заявками).

**Данные для варианта : λ1 =3, λ2 =1, μ1 =2, μ2 =1.**

**2.2Теоретическое представление задачи.**

На двухканальную СМО поступают заявки двух простейших потоков.

**Простейшим потоком** называется поток, обладающий следующими свойствами:

1.стационарность;

2.ординарность;

3.отсутствие последействия.

**Поток событий** называется **стационарным**, если вероятность попадания того или иного числа событий на участок времени длиной τ зависит только от длины участка и не зависит от того, где именно на оси времени расположен этот участок.

**Поток событий** называется **ординарным,** если вероятность попадания на элементарный участок Δt двух или более событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одного события. Ординарность означает, что поток прореженный, т.е. между любыми двумя событиями есть временной интервал.

**Поток событий** называется **потоком без последействия**, если для любых, не перекрывающихся участков времени число событий, попадающих на один из них, не зависит от числа событий, попадающих на другие. Это означает, что заявки попадают в систему не зависимо друг от друга.

Интенсивность поступления заявок 1-го потока - λ1. Интенсивность поступления заявок 2-го потока - λ2. Простейшие потоки поступления заявок характеризуются показательным законом распределения. Тогда интервал времени поступления заявок 1-го потока представляет собой случайную величину с одним и тем же распределением вероятностей F (t).

, (1) где λ1>0 – постоянная.

Плотность распределения показательного закона задается формулой:



где λ1>0, - интенсивность поступления заявок 1-го потока.

Аналогично, интервал времени поступления заявок 2-го потока представляет собой случайную величину с одним и тем же распределением вероятностей F(t).

, (1) где λ2>0 – постоянная.

Плотность распределения показательного закона задается формулой:



где λ2>0, - интенсивность поступления заявок 2-го потока.

Необходимо также учесть, что моделируемая система массового обслуживания является СМО с отказами и с абсолютным приоритетом. Т.е. заявки 1 имеют перед заявками 2 приоритет, состоящий в том, что если заявка 1 приходит в систему, когда все каналы заняты и хотя бы один из них обслуживает заявку 2, то пришедшая заявка 1 вытесняет заявку 2, становится на ее место, а та покидает систему не обслуженной. Если заявка 1 приходит в систему в момент, когда оба канала обслуживают заявку 1, то она покидает СМО. Заявка 2 получает отказ, если она приходит в систему в момент, когда оба канала заняты, безразлично какими заявками.

Длительность обслуживания заявок 1-го и 2-го потока также представляют собой случайные величины, подчиняющиеся показательному закону распределения. Интенсивность обслуживания заявок 1-го потока - μ1. Интенсивность обслуживания заявок 2-го потока - μ2. Длительность обслуживания заявок 1-го потока представляет собой случайную величину с одним и тем же распределением вероятностей F (t).

, (1) где μ1>0 – постоянная.

Плотность распределения показательного закона задается формулой:



где μ1>0, - интенсивность обслуживания заявок 1-го потока.

Аналогично, длительность обслуживания заявок 2-го потока представляет собой случайную величину с одним и тем же распределением вероятностей F(t).

, (1) где μ2>0 – постоянная.

Плотность распределения показательного закона задается формулой:



где μ2>0, - интенсивность обслуживания заявок 2-го потока.

В рассматриваемой задаче СМО имеет 2 входа, на один из которых поступает случайный поток Заявок I, на другой вход - поток Заявок II.

**2.3 Решение задачи**

**Алгоритм моделирования СМО**

# **Начальные условия:**

1. Рассматриваемая в задаче СМО представляет собой СМО с:

* Двухканальным обслуживанием;
* Двухканальным входным потоком ( имеет 2 входа, на один из которых поступают случайный поток Заявок I, на другой вход – поток Заявок II).

1. Определение времен поступления и обслуживания заявок:

* Времена поступления и обслуживания заявок генерируются случайно с заданным показательным законом распределения;
* Интенсивности поступления и обслуживания заявок заданы;

1. Функционирование рассматриваемой СМО:

* Каждый канал обслуживает в каждый момент времени одну заявку;
* Если в момент поступления новой заявки свободен хотя бы один канал, то пришедшая заявка поступает на обслуживание;
* Если отсутствуют заявки, то система простаивает.

1. Дисциплина обслуживания:

* Приоритет Заявок I: если система занята (оба канала обслуживают заявки), причем один из каналов занят Заявкой II, Заявка I вытесняют Заявку II; Заявка II покидает систему необслуженной;
* Если к моменту поступления Заявки II оба канала заняты, Заявка II не обслуживается;
* Если к моменту поступления Заявки I оба канала обслуживают Заявки I, поступившая Заявка I покидает систему необслуженной;

**Задача моделирования:** зная параметры входных потоков заявок промоделировать поведение системы и вычислить её основные характеристики её эффективности. Меняя величину Т от меньших значений до больших (интервал времени, в течении которого происходит случайный процесс поступления заявок 1-го и 2-го потока в СМО на обслуживание), можно найти изменения критерия эффективности функционирования и выбрать оптимальный.

**Критерии эффективности функционирования СМО:**

* Вероятность отказа;
* Относительная пропускная способность;
* Абсолютная пропускная способность;

**Принцип моделирования:**

* Вводим начальные условия: общее время работы системы, значения интенсивностей потоков заявок; число реализаций работы системы;
* Генерируем моменты времени, в которые прибывают заявки, последовательность прихода Заявок I Заявок II, время обслуживания каждой пришедшей заявки;
* Считаем сколько заявок было обслужено, а сколько получило отказ;
* Рассчитываем критерий эффективности СМО:

**2.4Программная реализация**

Программа была разработана в среде программирования Turbo Pascal. Алгоритм функционирования программы заключается в следующем: после считывания введенных пользователем параметров, производится генерация моментов появления Заявок. Затем выполняется процедура, реализующая СМО, представляющая собой цикл с условием выхода по истечению времени функционирования СМО. Значения интенсивностей появления заявок в системе и обслуживания заявок заданы в программе в виде констант.

Отсчёт внутреннего времени СМО выполняется с помощью приращения переменной. В текущий момент времени производится проверка моментов появления заявки. Если заявка появилась, когда один из каналов был свободен, заявка поступает на обслуживание в свободный канал. В противном случае при появлении заявки II, она получает отказ (соответственно увеличивается число необслуженных заявок). При появлении Заявки I, она не обслуживается в случае занятости обоих каналов заявками I. При занятости хотя бы одного канала Заявкой II, Заявка I становится на место Заявки II, (Заявка II покидает систему необслуженной, увеличивается количество необслуженных заявок).

**Описание интерфейса:**

При каждом новом запуске программы сначала вводится число реализаций работы системы, затем при каждой новой реализации вводится время функционирования СМО –Т. При поступлении новой заявки программа выводит сообщение (Поступила заявка 1, Поступила Заявка 2).Программа выводит сообщения об обслуживании/необслуживании вновь поступившей заявки. Затем, по окончании времени функционирования системы выводится сколько заявок поступило и сколько из них было обслужено, а сколько получило отказ. Далее программой производится расчет и вывод основных выбранных характеристик СМО.

Текст программы представлен в приложении 1.

**Работа программы и получение данных для анализа работы СМО.**

Чтобы исследовать поведение смоделированной СМО при различных значениях времени функционирования, зададим число реализаций программы равным 18. Причем, при каждой новой реализации, будем задавать больший интервал времени функционирования системы.

Интересно также пронаблюдать поведение СМО при изменяющихся значениях интенсивностей появления заявок в системе. Поэтому изменим значения этих констант в программе и пронаблюдаем поведение СМО. Значения интенсивностей поступления заявок1 уменьшим на 1, а заявок 2- увеличим на 1.

Новые значения интенсивностей:**: λ1 =2, λ2 =2, μ1 =2, μ2 =1.**

Т.о. исследуем работу системы при следующих вариантах:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **λ1** | **λ2** | **μ1** | **μ2** |
| Вариант 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| Вариант 2 | 3 | 1 | 2 | 1 |

.

**Заключение**

В результате моделирования работы СМО, а также анализ полученных данных и были сделаны следующие выводы:

1. При времени функционирования системы меньше 2000, работа системы нестабильна, трудно выявить какие-либо закономерности в поведении системы. Поэтому, чтобы сделать выводы об эффективности работы СМО, следует рассматривать её функционирование на временном интервале более 2000 единиц.

2. При увеличении времени функционирования системы соответственно увеличивается и количество заявок, поступивших в систему. Количество поступивших и обслуженных заявок увеличивается пропорционально увеличению времени работы системы. Причем, чем больше значения интенсивностей, тем больше быстрее увеличивается количество поступающих заявок с увеличением времени.

3. На интервале времени до 3000 значение абсолютной пропускной способности системы хаотически колебалось (особенно это заметно при втором варианте реализации). При времени больше 3000 амплитуда колебаний снизилась, а при времени Т~7000 значения абсолютной пропускной способности системы для обоих вариантов приобретают стационарный характер, и примерно равны 0,004 для первого варианта работы системы и 0,036- для второго.

4. Значение относительной пропускной способности системы хаотически колебалось при всех временах функционирования. Однако, при больших временах амплитуда колебаний значительно снизилась. С увеличением времени заметна тенденция к стационарности в поведении величины относительной пропускной способности.

5. Т. к. вероятность отказа системы величена обратная относительной пропускной способности системы, то их поведение аналогично. При малых значениях времени (до 7000) вероятность отказа хаотично колебалась. А при увеличении времени, амплитуда колебания значительно снизилась. Практически вероятность отказа принимает стационарный характер при значении времени больше 17000.

Целью данного курсового проекта было построение модели двухканальной СМО с отказами и абсолютным приоритетом. Модель СМО была и реализована с помощью программы в среде TURBO PASKAL. В процессе нескольких реализаций работы СМО для двух вариантов значений интенсивностей поступления заявок были получены результаты функционирования системы. На основе этой модели мы проследили путь обслуживания заявок, показали работу СМО в режиме реального времени, раскрыты понятия, приводящие к системе массового

обслуживания, а именно: обслуживание, обслуживает прибор система

обслуживания, система массового обслуживания.

Также описаны типичные элементы, из которых состоят системы массового

обслуживания (входящий поток, его описание и основные особенности, очередь и

ее дисциплина, обслуживающие приборы и особенности механизма обслуживания,

входящий поток).

**Список литературы:**

1.Хинчин А. Я., Работы по математической теории массового обслуживания, М., 1963; 2.Розенберг В. Я., Прохоров А. И., Что такое теория массового обслуживания, М., 1965; 3.Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н., Введение в теорию массового обслуживания, М., 1966; 4.Саати Т. Л., Элементы теории массового обслуживания и её приложения, перевод с английского, М., 1971;

5.Боровков А. А., Вероятностные процессы в теории массового обслуживания, М., 1972.

*Приложение 1.*

PROGRAM CAN\_SMO;

TYPE

CHANNAL = (FREE, CLAIM1, CLAIM2);

TIME = word;

INTENSITY = word;

STATISTICS = word;

VAR

CHANNAL1, CHANNAL2 : CHANNAL;{Каналы }

\_T\_, t, tc1, tc2 : TIME; {Время}

l1, l2, n1, n2 : INTENSITY; {Интенсивности }

served1, not\_served1,

served2, not\_served2,

S : STATISTICS; {Статистика}

M,N:INTEGER;{число реализаций}

FUNCTION W(t : TIME; l : INTENSITY) : boolean;{Определяет появилась ли заявка}

Begin {по интенсивности потока l}

if random < l/60 then W := TRUE else W := FALSE;

End;

FUNCTION F(t : TIME; n : INTENSITY) : TIME;{Определяет сколько будет обрабатываться заявка}

Begin {по интенсивности обслуживания заявок n}

F := t +round(60/(n));

End;

BEGIN

M:=0;

WRITELN('ВВЕДИТЕ ЧИСЛО РЕАЛИЗАЦИЙ РАБОТЫ СМО');

READLN(N);

REPEAT

M:=M+1;

writeln(M, '-ая реализация');

randomize;

CHANNAL1 := FREE; CHANNAL2 := FREE;

l1 := 3; l2 := 1; n1 := 2; n2 := 1;

served1 := 0; not\_served1 := 0;

served2 := 0; not\_served2 := 0;

write('Введите время исследования СМО - Т: '); readln(\_T\_);

repeat

if tc1 = t then

begin

if CHANNAL1 = CLAIM1 then inc(served1) else inc(served2);

CHANNAL1 := FREE;

*Приложение 1(продолжение*).

writeln('Канал1 выполнил заявку');

end;

if tc2 = t then

begin

if CHANNAL2 = CLAIM1 then inc(served1) else inc(served2);

CHANNAL2 := FREE;

writeln('Канал2 выполнил заявку');

end;

if W(t,l1) then

begin

writeln('Поступила заявка1');

if CHANNAL1 = FREE then

begin CHANNAL1 := CLAIM1; tc1 := F(t,n1); writeln('Канал1 принял заявку1'); end

else if CHANNAL2 = FREE then

begin CHANNAL2 := CLAIM1; tc2 := F(t,n1); writeln('Канал2 принял заявку1'); end

else if CHANNAL1 = CLAIM2 then

begin CHANNAL1 := CLAIM1; tc1 := F(t,n1); inc(not\_served2); writeln('Канал1 принял заявку1 вместо заявки2'); end

else if CHANNAL2 = CLAIM2 then

begin CHANNAL2 := CLAIM1; tc2 := F(t,n1); inc(not\_served2); writeln('Канал2 принял заявку1 вместо заявки2'); end

else begin inc(not\_served1); writeln('заявка1 не обслужена'); end;

end;

if W(t,l2) then

begin

writeln('Поступила заявка2');

if CHANNAL1 = FREE then

begin CHANNAL1 := CLAIM2; tc1 := F(t,n2); writeln('Канал1 принял заявку2');end

else if CHANNAL2 = FREE then

begin CHANNAL2 := CLAIM2; tc2 := F(t,n2); writeln('Канал2 принял заявку2');end

else begin inc(not\_served2); writeln('заявка2 не обслужена'); end;

end;

inc(t);

until \_T\_ = t;

S := served1 + not\_served1 + served2 + not\_served2;

writeln('время работы СМО ',\_T\_);

writeln('обслужено каналом1: ' ,served1);

writeln('обслужено каналом2: ',served2);

writeln('Поступило заявок : ',S);

writeln('Обслужено заявок : ',served1+served2);

writeln('Не обслужено заявок : ',not\_served1+not\_served2);

{writeln('Интенсивность поступления заявок в систему : ',(served1+served2)/\_T\_:2:3);}

writeln('Абсолютная пропускная способность системы : ',(served1+served2)/T:2:3);

writeln('Вероятность отказа : ',(not\_served1+not\_served2)/S\*100:2:1,'%');

writeln('Относительная пропускная способность системы: ',(served1+served2)/S:2:3);

readln;

UNTIL M>=N;

writeln('моделирование закончено');

END.